

Conferencia Interamericana de Seguridad Social



**Centro Interamericano de
Estudios de Seguridad Social**

Este documento forma parte de la producción editorial del Centro Interamericano de Estudios de Seguridad Social (CIESS), órgano de docencia, capacitación e investigación de la Conferencia Interamericana de Seguridad Social (CISS)

Se permite su reproducción total o parcial, en copia digital o impresa; siempre y cuando se cite la fuente y se reconozca la autoría.



PRIMERA ÉPOCA

JUNIO

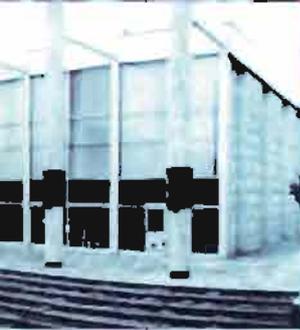
2002

NÚMERO

3

PRIMER SEMINARIO INTERNACIONAL

Seguridad Social
en el **campo**



Modelos y estrategias internacionales para la Seguridad Social en el Campo

R E V I S T A

CIESS

Revista CIESS 3

Junio
2002

PUBLICACIÓN SEMESTRAL



**CENTRO
INTERAMERICANO
DE ESTUDIOS DE
SEGURIDAD
SOCIAL**

Órgano de docencia, capacitación e investigación de
la Conferencia Interamericana de Seguridad Social

**ANUALIDADES CONTINGENTES.
PROYECCIÓN DEL AHORRO CAPITALIZADO Y RENTA
VITALICIA EN UN MODELO PREVISIONAL DE
CAPITALIZACION***

*Enrique Dienlefait***

Resumen

Este trabajo expone los instrumentos de análisis necesarios para evaluar:

1. El capital necesario para obtener una renta vitalicia con anualidades iguales al último salario del afiliado a un sistema de capitalización.
2. El monto del aporte capitalizado logrado al culminar la vida activa del afiliado a un sistema previsional de capitalización.

* Ponencia presentada en la XXVIII Reunión Técnica de la Comisión Americana de Actuaría y Financiamiento (CAAF), en el marco de la XIX Asamblea General de la Conferencia Interamericana de Seguridad Social (CISS), que se llevó a cabo en Fortaleza, Brasil del 28 al 30 de noviembre del 2001.

** Estadístico. Matemático. Profesor Consulto en la Universidad de Buenos Aires y Consejero Técnico de la AISS.

- Opciones para calcular el valor de las anualidades de la renta vitalicia por obtener a la edad de retiro, ante distintos escenarios demográficos.

Introducción

En las últimas décadas del siglo XX, las condiciones de envejecimiento de la población restringieron la capacidad de los sistemas previsionales de reparto para satisfacer una creciente demanda de pensiones de retiro, abriendo el camino a la reforma previsional.

Una sostenida desconfianza por la administración de los sistemas previsionales estatales promovió, en varios países de la América Latina, que los sistemas previsionales basados en el principio de solidaridad perdieran posición frente a una corriente de pensamiento que buscaba, en los sistemas privados de capitalización, la solución a estos problemas.

El crecimiento de los valores de la esperanza de vida y la modificación de las estructuras demográficas fueron señalados como causa de la pérdida de confianza en los mecanismos previsionales de solidaridad, conocidos como sistemas de reparto.

Una investigación del *CELADE* (1995), con cifras para toda la América Latina, presenta los siguientes valores de la esperanza de vida al nacer para la Argentina, cuyo crecimiento sostenido apoya aquella tesis.

ESPERANZA DE VIDA AL NACER (Argentina)					
PERIODO	1980	1990	2000	2025	2050
VARONES	66.8	68.6	70.6	74.7	76.9
MUJERES	73.7	75.7	77.7	81.8	84.0
UNISEX	70.2	72.1	74.1	78.2	80.4

Si insistimos en considerar al crecimiento de los valores de la esperanza de vida como una expresión del envejecimiento de la población, y no como una expresión del aumento de la vida útil del hombre, estos indicadores constituirán un reto para los sistemas previsionales, sean estos de reparto o capitalización.

Con la ayuda de los elementos expuestos en el *Apéndice Estadístico-Actuarial*, y utilizando *Tablas Actuariales* que corresponden a los escenarios demográficos proyectados, vamos a determinar:

- El importe del capital necesario para obtener una renta vitalicia con anualidades iguales al último salario del afiliado en un sistema previsional de capitalización, en el marco de un escenario demográfico acorde a las proyecciones mencionadas.
- Opciones, en función de proyecciones de rentabilidad efectuadas mediante métodos de simulación estadística, que permitan estimar el monto del aporte personal capitalizado por lograr a lo largo de la vida activa del afiliado.
- Distribuciones de probabilidad para las anualidades de la renta vitalicia correspondientes a estos resultados, ante distintos escenarios demográficos.

1) CAPITAL NECESARIO PARA OBTENER UNA RENTA VITALICIA IGUAL AL ÚLTIMO SALARIO

La solución a este problema es inmediata si se considera una función de sobrevivencia correspondiente a un escenario adecuado, y un valor razonable para la tasa de interés del periodo de renta. Consideremos como función de sobrevivencia aquella proyectada para una población de varones para el año 2000, y como tasa de interés para el periodo de renta, el 4% anual.

Las funciones de búsqueda en tabla en una planilla de cálculo muestran, para una edad de retiro de 65 años:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		CALCULOS ACTUARIALES, Función de Supervivencia: VARON2000							
2									
3				Tasa Interés Anual :		0.040	= 0.5 + VLOOKUP(C4,A35:E145,5) / VLOOKUP(C4,A35:E145,2)		
4									
5		EDAD:	65	ESPERANZA DE VIDA		15.26	E(x) = 0.5 + N'(x) / lx		
6									
7				RENDA VITALICIA:		1	= F7 * VLOOKUP((C8+F8),A36:G145,7) / VLOOKUP(C8,A36:G145,6)		
8		EDAD:	65	Diferida n años:		0			
9				PRIMA UNICA PURA :		10.24	na(x) = REN * N(x+n) / D(x)		
10									
11				PRIMA UNICA PURA		10.24	= F10 * VLOOKUP(C11,A35:G144,6) / VLOOKUP((C11+F11),A35:G144,7)		
12		EDAD:	65	Diferida n años:		0			
13				RENDA VITALICIA :		1.00	REN = na(x) * D(x) / N(x+n)		
14									

De donde, para una función de supervivencia proyectada para varones del año 2000, y una tasa de interés del 4% anual, aplicable a todo el periodo de renta, el monto del aporte personal capitalizado, necesario para obtener anualidades de una renta vitalicia iguales al último salario, es de 10.24 salarios anuales.

En un escenario dado por una función de supervivencia con menor esperanza de vida a la edad de retiro, el monto del aporte capitalizado necesario para obtener una renta vitalicia igual al último salario es menor. Para la función de supervivencia, varones 1990-1992, y la misma tasa de interés, este importe es de 9.31 salarios anuales.

Si consideramos una función de supervivencia con mayor esperanza de vida a la edad de retiro, como la que corresponde a una población de mujeres proyectada para el 2050, el monto del aporte capitalizado necesario para obtener a la edad de 65 años, una renta vitalicia igual al último salario, es de 14.30 salarios anuales (si la edad

jubilatoria se establece en 60 años, el monto del aporte necesario se eleva a 15.69 salarios anuales).

En todo caso, es necesario considerar cifras del orden de, o superiores, a los diez salarios anuales. No hay tasa de interés para el periodo de renta que permita pensar en anualidades del orden del último salario, si el ahorro capitalizado no supera los diez salarios anuales.

2) ESTIMACIÓN DEL MONTO DEL APORTE CAPITALIZADO DURANTE LA VIDA ACTIVA

El monto del aporte capitalizado a lo largo de la vida activa de un afiliado depende, entre otros factores, de:

- La edad de ingreso al sistema de capitalización.
- La edad de retiro.
- La evolución del salario a lo largo de la vida activa.
- Los períodos de paro friccional sufridos durante la vida activa.

- El porcentaje, respecto del salario, del aporte personal al sistema de capitalización.
- El porcentaje, respecto del salario, de las comisiones cobradas por el sistema.
- El nivel de rentabilidad obtenido a lo largo del periodo de capitalización.

Asignando valores a cada uno de estos parámetros podemos determinar el valor del monto capitalizado correspondiente a los aportes personales.

Un modelo paramétrico como el que describimos, conduce a una estimación puntual del monto capitalizado, y no cubre un horizonte de posibilidades. Dado que muchos de los supuestos del mecanismo de evaluación son variables aleatorias, es conveniente estudiar al modelo como un proceso estocástico. La evolución del salario, así como los parámetros de aportes y comisiones, deben nutrirse de la evidencia experimental. Lo mismo ocurre con el paro friccional, que debe ser considerado como una variable sensible a las mediciones de desempleo.

La rentabilidad de los aportes personales juega un papel fundamental en el modelo. Sus valores deben reflejar las condiciones observadas en los mercados de capitales, por lo que los modelos matemáticos que utilicemos para su expresión deben incorporar funciones de probabilidad cuyos parámetros incorporen las cifras de la realidad.

De este modo, en lugar de exhibir un único valor numérico para el monto capitalizado, el que depende de supuestos consensuados, estaremos en condiciones de presentar al valor del monto capitalizado como resultado de un proceso aleatorio.

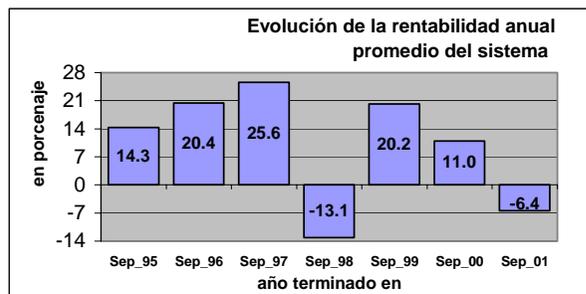
Los escenarios correspondientes a las condiciones demográficas tampoco pueden ser considerados inmutables. Es necesario prever escenarios opcionales que contemplen las condiciones dispares de la esperanza de vida a la edad de retiro.

Consideremos los siguientes supuestos aplicables al periodo de integración de aportes.

Evolución del salario, con opciones de crecimiento: lineal, exponencial o logarítmica.	
Edad de entrada al sistema de capitalización:	20 años
Edad de retiro:	65 años
Salario inicial:	25% del salario final
Salario final:	Unitario (Simplifica el cálculo de a renta substitutiva del salario final).
Aporte al sistema de capitalización:	11% del salario
Comisión cobrada por la administradora de fondos:	3.5% del salario
Tasa friccional para la determinación aleatoria de una condición de paro:	1%
Interés del período de ahorro:	Expresado mediante una función de probabilidad cuyos parámetros reflejan la evidencia experimental.
Interés del período de renta:	Con un valor consensuado del 4% anual.

Evidencia de cifras de rentabilidad anual

El *Informe de Coyuntura* elaborado por la Superintendencia de Administradoras de Fondos de Jubilaciones y Pensiones de la Argentina, al momento de preparación de estas líneas, presentaba las siguientes cifras de rentabilidad promedio.



Ésta es nuestra evidencia: siete valores anuales, los tres primeros con un valor medio de 20.1%, y los cuatro últimos con un valor medio de 2.9%, incluyendo en dos oportunidades valores negativos. El coeficiente de variación de estas cifras es 131.21% lo que invalida la utilización de métodos clásicos de estimación de parámetros.

Resolvemos nuestro problema de estimar parámetros para la descripción de este proceso aleatorio calculando una media ponderada. según el método de suavizado exponencial y una medida de variabilidad basada en la magnitud del intervalo de variación.

Un coeficiente de suavizado $\alpha = 0.25$ proyecta una rentabilidad media de 6.68%.

$\alpha = 0.25$			
Periodo	Rentab	Pond	$x * w$
Sep-95	14.3	0.178	2.545
Sep-96	20.4	0.237	4.841
Sep-97	25.6	0.316	8.100
Sep-98	-13.1	0.422	-5.527
Sep-99	20.2	0.563	11.363
Sep-00	11.0	0.750	8.250
Sep-01	-6.4	1.000	-6.400
			3.47
Rentab. ponderada =			6.69

Una estimación de la variabilidad, con base en la amplitud del intervalo de observaciones, (Deming,1950), con valor $\sigma = 6.45$, suaviza la incidencia de los extremos y mejora las estimaciones de variabilidad proyectadas.

Utilizando estas medidas resumidas como parámetros de una función de probabilidad, proyectamos cifras de rentabilidad para todo el periodo de capitalización.

Visualización del procedimiento de simulación estadística

The screenshot shows a software interface for statistical simulation. The main window displays a spreadsheet with the following data:

Modelo de Capitalización	Edad de Entrada a PEA	Edad de Retiro	Salario Inicial	Salario Final	Aporte Total	Comisión	Tasa Friccional	Interés Tiempo Ahorro	Interés Tiempo Renta
2	20	65	0.25	1.00	0.11	0.035	0.010	0.078	0.040

Simulation parameters and results:

- Alfa = 0.25
- Prom = 7.8%
- Sigma = 6.0%
- Max = 25.8%
- Min = -9.4%

Charts included:

- Corrida Simulación:** A histogram showing the distribution of annual returns, with a mean of approximately 6.69%.
- RENTABILIDAD PROMEDIO:** A bar chart showing average annual returns for the years 1995, 1997, 1999, and 2001.
- EVOLUCION DEL SALARIO Y MONTO ACUMULADO:** A line graph showing the evolution of salary (S) and accumulated amount (M) over age (EDAD).

Esperanza de Vida al Retiro				
Proyección	GAM 71	1991	2025	2050
VARON	15.11	13.50	18.41	20.33
MUJER	19.24	17.23	22.75	24.66
UNISEX		15.51	21.26	23.29

Anualidades Renta Vitalicia				
Proyección	GAM 71	1991	2025	2050
VARON	0.97	1.07	0.84	0.79
MUJER	0.80	0.87	0.73	0.69
UNISEX		0.95	0.76	0.72

Valores de Renta Perpetua					
	INTERES	0.03	0.04	0.05	0.06
RENTA	0.30	0.40	0.50	0.59	

Donde:

El cuadro superior izquierdo muestra los valores de los parámetros ingresados.

El gráfico de barras debajo del mismo muestra la evidencia de la rentabilidad histórica.

El histograma y sus estadísticas describen las cifras de rentabilidad de la simulación.

El gráfico de la parte superior derecha muestra:

- en la letra S, la evolución del salario, considerada en el modelo según una ley de crecimiento exponencial en el intervalo 20-65 años, partiendo de un valor inicial igual al 25% del salario final (unitario) a la edad de retiro, no registrándose en esta oportunidad ningún período de paro friccional,
- en la letra A, la evolución de los correspondientes aportes al sistema,
- en la letra M, la evolución del monto que corresponde a estos aportes, capitalizados a una tasa de interés expresada según una variable aleatoria que recoge el comportamiento de la rentabilidad histórica. Este monto alcanza en esta evaluación, un valor de 9.91 salarios anuales.

Los cuadros que aparecen debajo de este gráfico describen resultados correspondientes a escenarios demográficos definidos por las tablas de mortalidad: GAM 71, Argentina 1990-1992 y proyectadas para los años 2025 y 2050 (varones, mujeres y unisex).

Estas cifras muestran, para cada uno de estos escenarios:

- Valores de la esperanza de vida a la edad de retiro.
- Anualidades de la renta vitalicia que resulta de aplicar el valor observado del monto

capitalizado (9.91 salarios anuales) a cada escenario demográfico, con una tasa de interés del 4% anual, constante para todo el periodo de renta.

Se incluye además, un cuadro que evalúa la renta perpetua correspondiente a tasas de interés opciones para el periodo de renta.

En el área inferior izquierda se sustenta el cálculo de los aportes, rentabilidad proyectada y correspondiente monto capitalizado a lo largo de la vida activa del afiliado.

Las estructuras utilizadas para los cálculos actuariales, aunque no aparecen en forma explícita, forman parte de la planilla de cálculo, permiten evaluar la esperanza de vida a la edad de retiro para cada uno de los escenarios demográficos considerados.

Esperanza de vida al retiro				
Proyección	GAM 71	1991	2025	2050
VARON	15.11	13.50	18.41	20.33
MUJER	19.24	17.23	22.75	24.66
UNISEX		15.51	21.26	23.29

Para una tasa de interés del 4% anual aplicable al periodo de renta, el valor de la anualidad de renta vitalicia que corresponde al monto capitalizado de 9.91 salarios anuales, para cada uno de los escenarios de la función de sobrevivencia está dado por:

Anualidades renta vitalicia				
Proyección	GAM 71	1991	2025	2050
VARÓN	0.97	1.07	0.84	0.79
MUJER	0.80	0.87	0.73	0.69
UNISEX		0.95	0.76	0.72

Este estudio hace referencia a la renta vitalicia pura, que no tiene en cuenta comisiones y costos operativos que necesariamente debe afrontar la compañía de seguros que la otorga. Al tomar en cuenta comisiones, costos operativos y reservas, el valor de la renta vitalicia por percibir, resulta necesariamente inferior a este valor calculado.

El valor del monto capitalizado que observamos en nuestra planilla de cálculo, corresponde a una evaluación de un procedimiento aleatorio. Si en las mismas condiciones volvemos a calcular este valor, vamos a observar un número distinto, ya que siendo los valores numéricos de la tasa de interés resultado de la evidencia de una variable aleatoria, no podemos esperar que el azar vuelva a reproducir estos mismos valores.

Seguramente una reiteración del procedimiento aleatorio no habrá de mostrar nuevamente un monto capitalizado igual a 9.91 salarios anuales. Lo que interesa es describir el comportamiento del monto capitalizado, estudiar su valor esperado, rango de variación y comportamiento probable. Ello corre por cuenta del procedimiento de simulación estadística, que reitera cálculos y registra los resultados.

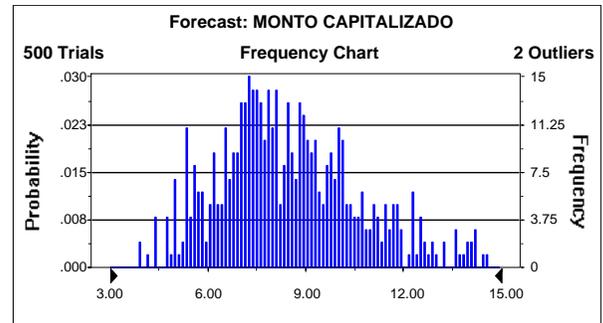
Este mecanismo de simulación estadística evalúa el monto capitalizado que corresponde a secuencias aleatorias de la función de probabilidad que describe la rentabilidad del proceso de capitalización.

Cada iteración del procedimiento de simulación proporciona un valor para el monto capitalizado, a partir del cual se determina, para los correspondientes escenarios de la función de sobrevivencia, el valor de la anualidad de la renta vitalicia calculada para esa edad. Los escenarios considerados corresponden a la Tabla Actuarial GAM_71, Tabla de Mortalidad Argentina 1990-1992 y proyecciones de las funciones de sobrevivencia para varones, mujeres y unisex para los años 2000, 2025 y 2050.

3) DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS CORRESPONDIENTE AL NIVEL DE AHORRO CAPITALIZADO Y ANUALIDADES DE LA RENTA VITALICIA PARA DISTINTOS ESCENARIOS DEMOGRÁFICOS

En una corrida de simulación consideramos 500 replicaciones de un mismo modelo, generando

para cada una de ellas el valor correspondiente al *monto capitalizado*. El siguiente histograma muestra la distribución de frecuencias resultante de las 500 replicaciones del proceso de simulación.



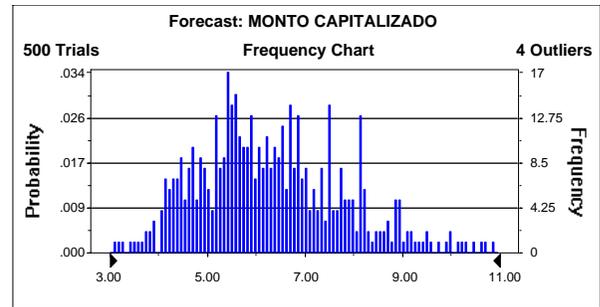
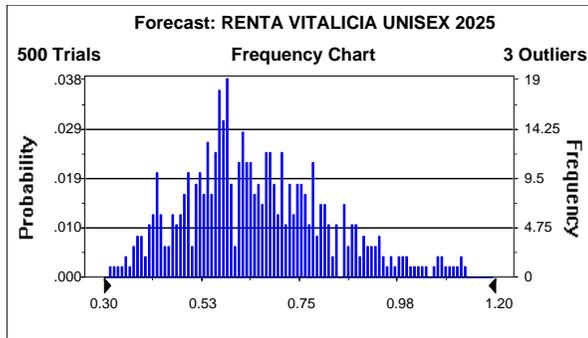
las que se resumen en los siguientes valores:

Cantidad de observación	500
Media aritmética	8.51
Mediana	8.15
Sigma	2.23
Lim.Inf. Interv. 95%	3.78
Lim.Sup. Interv 95%	12.88

Bajo las condiciones del experimento que reproduce nuestra evidencia de rentabilidad, con una probabilidad de 0.95, el monto capitalizado estará comprendido entre 3.78 y 12.88 salarios anuales.

Dicho de otro modo, las oscilaciones de las cifras de rentabilidad observadas en estos siete años, llevadas al terreno de los 45 años de la vida laboral, no permiten predecir dentro de un razonable margen de error, la magnitud de los resultados por obtener. El valor medio de 8.51 salarios anuales, correspondiente al monto capitalizado, lejos de comportarse como un valor normativo alrededor del cual planificar las condiciones del sistema, pasa a ser el centro de un intervalo que da lugar a anualidades de una renta vitalicia, tanto halagüeñas como decepcionantes, con igual probabilidad.

En estas condiciones cabe preguntarse qué podemos esperar para la renta vitalicia. En un escenario dado por la función de sobrevivencia proyectada para la tabla UNISEX 2025.



El histograma muestra el comportamiento de las anualidades de la renta vitalicia, que podemos resumir en la siguiente tabla:

Cantidad de observaciones	500
Media aritmética	0.65
Mediana	0.63
Sigma	0.17
Lim. Inf. Interv. 95%	0.32
Lim. Sup. Interv. 95%	0.98

De donde, con una probabilidad del 95%, podemos esperar que las anualidades de la renta vitalicia correspondiente a este procedimiento se ubiquen entre el 32% y el 98% del valor del último salario, valores no muy optimistas por cierto, aunque consecuencia de una volátil historia de cifras de rentabilidad en el período de referencia.

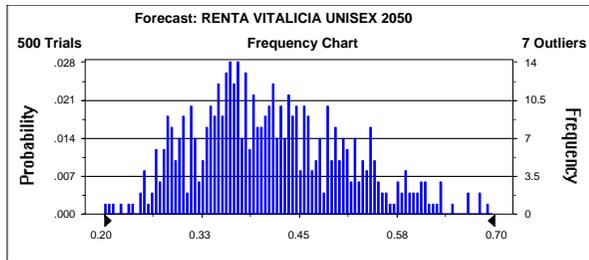
Consecuencias de una disminución en la edad de retiro

Si en una nueva corrida de simulación calculamos valores del monto capitalizado y correspondientes anualidades de renta vitalicia para este mismo escenario demográfico, manteniendo constantes todos los parámetros del modelo pero llevando la edad de retiro a los 60 años, como es el caso de la edad de retiro considerada para la mujer, obtenemos los siguientes resultados:

La distribución de valores del monto capitalizado permite observar algo que era obvio. Siendo menor el periodo de integración, el valor medio del monto capitalizado también resulta menor. La disminución de la edad de retiro conduce a un valor medio del monto capitalizado de 6.36 salarios anuales, significativamente menor al de 8.51 salarios anuales que se registra para una edad de retiro de 65 años.

Cantidad de observaciones	500
Media aritmética	6.36
Mediana	6.17
Sigma	1.56
Lim. Inf. Interv. 95%	3.30
Lim. Sup. Interv. 95%	9.42

El resultado, expresado en términos de valor de las anualidades de las correspondientes rentas vitalicias, por causa de la disminución del período de integración, y del aumento de la esperanza de vida a la edad de retiro, lleva el valor medio de la anualidad a 0.42 salarios, frente al valor de 0.65 salarios, que le hubiera correspondido si se hubiera mantenido la edad de retiro en los 65 años, tal como se observa en el gráfico y cuadro siguientes.



Cantidad de observaciones	500
Media aritmética	0.42
Mediana	0.41
Sigma	0.10
Lim. Inf. Interv. 95%	0.22
Lim. Sup. Interv. 95%	0.62

Considerar para la mujer una edad de retiro de 60 años, le significa a la misma una reducción en el valor de la anualidad de la correspondiente renta vitalicia, el que no se compensa con la utilización de una función de sobrevivencia unisex.

Conclusiones

Estos procedimientos de simulación permiten anticipar resultados para las anualidades de renta vitalicia correspondientes a un sistema previsional de capitalización, a partir de los parámetros de definición del sistema, de la evidencia registrada para la rentabilidad de los aportes y de una adecuada elección de la función de supervivencia a aplicar.

Aunque la información de rentabilidad utilizada considera la evidencia de los últimos siete años en la Argentina, y los escenarios demográficos proyectados corresponden al mismo país, el modelo expuesto no se identifica totalmente con el sistema previsional vigente en la Argentina, ya que éste corresponde a un sistema mixto con componentes adicionales, cuyas relaciones de costo/beneficio este estudio no considera.

La adaptabilidad del modelo a variaciones en los parámetros que lo definen, estructuras demográficas proyectadas y evidencias de rentabilidad, lo presentan como un instrumento para evaluar sistemas previsionales de capitalización en operación o en proyecto de desarrollo, y anticipar sus resultados.

