SEGURIDAD SOCIAL

AÑO XXX EPOCA V

Núms. 127-128

ENERO - ABRIL

1981

MEXICO, D.F.

PUBLICACION BIMESTRAL DEL COMITE PERMANENTE INTERAMERICANO DE SEGURIDAD SOCIAL

ORGANO DE DIFUSION DEL CENTRO INTERAMERICANO DE ESTUDIOS DE SEGURIDAD SOCIAL

Conferencia Interamericana de Seguridad Social

Centro Interamericano de Estudios de Seguridad Social

INDICE

E S T U D I O S*

* Las opiniones emitidas en los trabajos que aparecen en esta sección expresan exclusivamente el criterio de sus autores.

PROPIEDADES DE LOS INDICADORES

Su aplicación a la Seguridad Social

Dr. José Nieto de Pascual

Director del Centro Interamericano de Estudios de Seguridad Social

CONTENIDO

PRESENTACION

El gran desafío de nuestro tiempo, involucra, entre otros aspectos, derrotar a la inseguridad social y económica que afecta a las dos terceras partes de la población mundial.

En el marco de ese esfuerzo los países subdesarrollados procuran articular planes lúcidos y viables con el propósito de consolidar, extender y ampliar los regímenes de seguridad social.

Todo ello debe significar la superación del espontaneísmo, el término de la formulación de políticas a corto plazo, caracterizadas por ser, casi siempre, respuestas muy prematuras a exigencias contingentes y coyunturales.

Es el tiempo histórico el que ha determinado la necesidad de elaborar estrategias que cumplan, con rigor elemental, los condicionantes científicos para su eficiencia y funcionalidad.

En el campo de la seguridad social, la formulación de políticas a largo plazo, como la evaluación del quehacer institucional y el estudio de las materias propias, ha enfrentado las dificultades objetivas de la polisemia, del tratamiento asistemático, de la multiplicidad de datos y la dispersión, todas ellas carentes de un común denominador para respuestas coherentes e integradas.

La necesidad de un parámetro que concurra, metodológicamente, a superar estos obstáculos, constituyó la preocupación central de actuarios y estadísticos que a partir de 1978 han trabajado en la elaboración de un marco de referencia operativo con fundamento científico.

En la VIII Reunión de la Comisión Regional de Actuarios y Estadísticos de la Seguridad Social, efectuada en la ciudad de Acapulco, México, en mayo de 1979, se entregó al respecto un instrumento metodológico: el Catálogo Mínimo de Indicadores de la Seguridad Social. Sin embargo, este aporte no cancelaba ni la investigación ni el debate en torno a su aplicación. Por el contrario, lejos de sacralizar dicho catálogo, se transformó en la base de una discusión creadora que va afinando y mejorando su estructura y aplicación.

El doctor José Nieto de Pascual, director del Centro Interamericano de Estudios de Seguridad Social (CIESS), nos entrega un trabajo crítico y ágil sobre el Catálogo Mínimo de Indicadores. El tratamiento didáctico, casi coloquial del problema, presenta los elementos de juicio necesarios para la participación de esta discusión técnica, del más alto interés, para los estudios de la seguridad social.

Centro Interamericano de Estudios de Seguridad Social

ANTECEDENTES

El tema de los indicadores de la seguridad social se ha planteado, desde hace varios años, en reuniones internacionales. El documento "Catálogo Mínimo de Indicadores de la Seguridad Social" (a)* los menciona detalladamente y señala que la importancia de éstos se debe a la necesidad de

* Las letras entre paréntesis se refieren a la bibliografía citada al final de este documento.

tener guías para "el análisis del comportamiento de los fenómenos inherentes a la seguridad social"; de ahí que se puedan identificar situaciones para facilitar la toma de decisiones.

Ya antes se ha mencionado (a) que los indicadores permiten resumir la información pertinente, "según modalidades estadísticas", a la vez que son "instrumentos de gran ayuda en la planificación y evaluación de las actividades" de la seguridad social.

En la reunión que se llevó a cabo en Acapulco se propuso y se acordó el estudio de las metodologías más adecuadas para el cálculo de los indicadores propuestos. Se hizo referencia a las conclusiones alcanzadas en la VII Reunión de Actuarios y Estadísticos celebrada en La Paz, Bolivia (b), en junio de 1978. Entre ellas se destacó que los indicadores deben proporcionar la información necesaria para que la formulación de políticas y la operación de programas de la seguridad social se den como resultado de las decisiones basadas en el estudio y análisis técnicos sólidamente elaborados... por medio de los indicadores.

PROBLEMAS YA PLANTEADOS RELATIVOS A LOS INDICADORES

El documento de Acapulco (a, p. 10) señala que algunas características de los indicadores son todavía discutibles y que podrían resolverse si se estudian mejor sus propiedades. El presente estudio intenta plantear algunas de estas cuestiones.

El problema básico podría resumirse en la siguiente pregunta: ¿para qué sirven los indicadores de la seguridad social? La respuesta se desprende de los documentos de Acapulco y de La Paz, y se puede dividir en dos aspectos principales:

I. Los indicadores deben servir de apoyo en la toma de decisiones de los altos funcionarios de la seguridad social.
II. Los indicadores deben servir para evaluar los efectos de políticas y decisiones de los directivos de la seguridad social.

Hay otros dos aspectos que también se han mencionado en los documentos:

III. Los indicadores deben servir para hacer **pronósticos** del estado en que se encuentran las instituciones de seguridad social (c, p. 10).
IV. Los indicadores deben contener definiciones semejantes para todos los países.

Los tres primeros objetivos, los cuales se han enfatizado en los documentos mencionados, requieren que se tome en cuenta el contexto socioeconómico y político de cada país para que la información de los indicadores tenga sentido.

Entre los problemas planteados, que se derivan de los objetivos, destacan dos por la insistencia con que se tratan en las reuniones internacionales. El primero se refiere a la falta de estadísticas en las cuales se deben basar los indicadores. Este problema existe, aparentemente, en casi todos los países de la Conferencia Interamericana de Seguridad Social, aunque el apremio con que se presenta varía entre ellos.

El segundo problema, especialmente relevante en lo que respecta al objetivo IV antes mencionado, es válido para todo el trabajo de indicadores: se trata de una cuestión semántica de las variables que intervienen en la elaboración de los indicadores. En algunas áreas de la seguridad social y en algunos países hay un grado alarmante de polisemia que hace inalcanzable este objetivo. La diversidad de términos también se presenta en forma intrainstitucional. Existe una clara conciencia de este problema, y se percibe como muy necesaria la preparación de un documento que defina (ratifique o rectifique) los significados de cada variable relevante para elaborar los indicadores, al menos los propuestos en el Catálogo Mínimo.

PROBLEMAS AUN NO PLANTEADOS RELATIVOS A LOS INDICADORES

I. Periodicidad y aplicación del muestreo

Los tres primeros objetivos requieren de un examen cuidadoso de los indicadores del Catálogo Mínimo en cuanto a su periodicidad. Sin embargo, se percibe una incongruencia con respecto a las recomendaciones de la VIII Reunión de Acapulco, pues allí se aprobó (a, p. 14-15; c, p. 7) que para el cálculo de los indicadores deben tomarse como base de observación períodos de doce meses. Difícilmente se puede considerar que éstos sirvan de apoyo en la toma de decisiones si su periodicidad es de un año. La evaluación de los efectos de políticas y decisiones no puede hacerse con datos anuales, salvo en aquellos casos en que dichos efectos se perciban en el largo plazo. Sin embargo, buena parte de las políticas y de las decisiones se deben evaluar en el corto plazo, y no es factible basar las evaluaciones en un solo punto porque la información resulta inadecuada.

Para hacer pronósticos sobre el estado en que se encuentren las instituciones de seguridad social no es siempre posible basarse en los datos anuales pues no existe en ellos el suficiente grado de libertad para fundamentar un pronóstico. Las series que se están preparando datan únicamente de 1974, es decir, constan solamente de cinco puntos. Además, es de gran interés para las instituciones analizar el comportamiento estacional de varios indicadores de entre los propuestos en el Catálogo Mínimo. El efecto estacional, obviamente, es indetectable con cifras anuales.

Hay decisiones que pueden afectar solamente a los armónicos estacionales o a la varianza de un determinado fenómeno pero no a su nivel. Los efectos de estas decisiones no se pueden encontrar con datos anuales.

La recomendación de trabajar con datos anuales para todos los indicadores del Catálogo Mínimo contradice, o en todo caso limita severamente, las posibilidades de información que éstos deben tener. Por ello es esencial estudiar cuidadosamente su periodicidad, la cual deberá definirse según las necesidades que pretende satisfacer, aunque dicha periodicidad esté condicionada a la obtención de las estadísticas que entran en el indicador y entonces puede no ser asequible. Una de las dificultades con que tropieza el Catálogo Mínimo de Indicadores es precisamente la falta de estadísticas correspondientes, lo cual nos lleva a un problema irreversible, que hace dudar de su eficacia. La solución a este dilema podría ser el uso de técnicas de muestreo para obtener, con la oportunidad debida, la información que se requiere para disponer de los datos con los cuales calcular los indicadores.

Todo esto nos lleva a un importante problema técnico. Los datos obtenidos por muestreo están sujetos a error. Una buena porción de los indicadores propuestos se forma como el cociente de dos cantidades. Si éstos se estiman por muestreo, el valor del indicador se afecta por el error con que se estimaron las cantidades. El comportamiento de esta razón, cuyo numerador y denominador están sujetos a error, se analiza detalladamente en la Discusión Técnica de este documento.

De este análisis se deduce que, en ciertas condiciones, el indicador es poco sensible a errores relativamente grandes en la estimación; pero en otras circunstancias, la sensibilidad del indicador puede ser muy peligrosa. Por ejemplo, si el error en el denominador es de +50% y en el numerador de +17%, el indicador que se obtiene del cociente tiene un error negativo del 22%.

A continuación usaremos algunos datos numéricos del Grupo de Trabajo para la aplicación del Catálogo Mínimo de Indicadores de la Seguridad Social (d). Por ejemplo, en la categoría de Prestaciones de la Seguridad Social en México, para el año de 1975 se dan las cifras de 31,544 (millares) de consultas de medicina general, y de 16,337 (millares) de derechohabientes. El indicador correspondiente resulta:

$$I_1 = \frac{31544}{16337} = 1.93$$

Supongamos que por muestreo se obtuvieron cifras tales que en el denominador hubo una sobreestimación del 50%; por lo tanto, el dato será de 24,506; y si el numerador tiene una sobreestimación del 17%, el dato estimado será de 36,906. El indicador estimado $\hat{I}_1$ resulta así:

$$\hat{I}_1 = \frac{36906}{24506} = 1.51$$

El error relativo de $\hat{I}_1$ es:

$$\frac{1.51 - 1.93}{1.93} = -0.22 \text{ ó } -22\%$$

El error relativo del indicador depende únicamente de la magnitud de los errores relativos en el numerador y denominador, no de las cantidades que se utilizan. Si suponemos los errores antes señalados (50% en el denominador y +17% en el numerador), el error relativo será el mismo aunque las cantidades sean muy diferentes. Por ejemplo, en la Parte Sexta del conjunto de indicadores con datos del Instituto Mexicano del Seguro Social (d), para 1975, se da la cifra de 34 (millares) de pensiones de invalidez, y 4,306 (millares) de asegurados. El indicador correspondiente resulta:

$$I_2 = \frac{34}{4306} = 0.0079$$

Si aplicamos los errores anteriores a estos datos, se obtiene:

$$\hat{I}_2 = \frac{39.78}{6459} = 0.0062$$

El error relativo de $\hat{I}_2$ es:

$$\frac{0.0062 - 0.0079}{0.0079} = -0.22 \text{ ó } -22\%$$

exactamente igual que en el caso del primer indicador. En la Discusión Técnica se analiza este problema. La situación se agrava cuando el denominador tiene una subestimación (error negativo) y el numerador una sobreestimación (error positivo); entonces el error relativo del indicador puede alcanzar valores muy altos aunque los errores del numerador y denominador no sean considerables. Por ejemplo, si el denominador tiene un error negativo del 20% y el numerador uno positivo del 12%, el error relativo del indicador será del +40%. Si este fuera el caso del primer indicador, se tendría:

$$I'_1 = \frac{35329}{13070} = 2.70$$

cuyo error relativo sería de:

$$\frac{2.70 - 1.93}{1.93} = 0.40 \text{ ó } 40\%$$

En el caso del segundo indicador, resultaría:

$$I'_2 = \frac{38}{3445} = 0.0110$$

con error relativo también del 40%.

En cambio, si el error del denominador es positivo, del 20%, y el del numerador de +12%, el error relativo será negativo y solamente del 6.67%, un resultado mucho más adecuado. En el primer indicador se tendría:

$$I''_2 = \frac{35329}{19604} = 1.80$$

con error relativo de:

$$\frac{1.80 - 1.93}{1.93} = 0.0667 \text{ ó } -6.67\%$$

El segundo indicador daría:

$$I''_2 = \frac{38}{5167} = 0.0074$$

con error relativo de -6.7%.

Para concluir podemos resumir lo anterior de la siguiente manera:

a) el indicador sufre de menor error, (y éste resulta negativo) cuando los errores del numerador y del denominador son positivos; y

b) mientras más cercanos estén entre sí los errores (porcentuales) del numerador y del denominador, menor es el error del indicador. Así, cuando el error del primero es de $+4.5\%$ y el del segundo es de $+30\%$, el error del indicador es negativo y vale -20%. En cambio, si el error del denominador es de $+40\%$ y el del numerador de $+32\%$, el error del indicador se reduce a -6%.
Si los errores del numerador y denominador son iguales (porcentualmente) el error del indicador es cero.

Todas estas conclusiones se pueden ver con claridad en la gráfica de la Discusión Técnica.

El resultado es importante porque señala que las muestras no requieren, necesariamente, de alta precisión para producir indicadores confiables. Es mejor controlar el signo y la proximidad de los errores porcentuales del numerador y del denominador con muestras pequeñas.

Es posible desarrollar un mecanismo corrector del error de los indicadores. Quien escribe ha publicado (e) un estimador de razón casi sin desviación que puede aplicarse a este caso. Ello implica que el muestreo deberá dirigirse específicamente a la obtención del indicador; sin embargo, se considera conveniente continuar la investigación para obtener algún medio que reduzca el error de la estimación y mejore la calidad del indicador de manera eficiente y económica.

Cuando solamente el numerador (o el denominador) está sujeto a error, el comportamiento de los indicadores de razón se analiza en la Discusión Técnica y se dan ejemplos.

Las muestras requeridas, según se ve, no tienen que ser grandes. De ahí, la posibilidad de obtener cada mes; por ejemplo, cifras para disponer de indicadores confiables. Con ello pueden resolverse los dos problemas mencionados: de periodicidad y de falta de estadísticas.

Supongamos que se desea estimar una cifra con un error del 10%. El semiintervalo de confianza es

$$d = t_{\alpha(n-1)} \frac{S_x}{\sqrt{n}}$$

$$\therefore \frac{d}{N\bar{x}} = t_{\alpha(n-1)} \frac{Sx/N\bar{x}}{\sqrt{n}}$$

Si llamamos $\epsilon = \frac{d}{\bar{x}}$, la precisión deseada, resulta:

$$\epsilon = t_{\alpha(n-1)} \frac{CVx}{\sqrt{n}}$$

donde CVx es el coeficiente (*) de la variable $\bar{x}$ que se está trabajando. De ahí resulta que el tamaño n de la muestra requerida es

$$n = \frac{Vx^2 \, t^2 \, \alpha\,(n-1)}{\epsilon^2}$$

donde Vx^2 es la re-varianza de $\bar{x}$, y α es el nivel de significación, esto es $1-\alpha$ es la confianza con que se desea trabajar. Por lo anterior, α es 10% o 0.1. Por lo tanto,

$$n = 100 \ Vx^2 \, t^2 \ \alpha(n\text{-}1)$$

supongamos que el coeficiente de variación de $\bar{x}$ es del 40%. Entonces,

$$Vx^2 = (0.4)^2 = 0.16$$

si trabajamos con una confianza del 95%, el valor de $^{t}\alpha(n\text{-}1)$ es de aproximadamente 2. De ahí,

$$n = 100 \ (0.16) \ (2)^2 = 64$$

Esto es, si la población es grande, se puede obtener el dato buscado con una muestra de 64 observaciones y un error que no exceda del 10%. Si la población es pequeña la muestra se reduce aún más.

Se desprende de lo anterior que es factible pensar en instalar sistemas de muestreo que produzcan la información deseada y con la periodicidad requerida, pues las muestras necesarias son de tamaño muy modesto y, por lo tanto, fácilmente manejables.

II. Variabilidad

Otro aspecto de importancia básica para el análisis de los indicadores es el de su variabilidad. En todo proceso existe una variabilidad normal, dentro de la cual se manifiesta el fenómeno estudiado. Es necesario establecer los límites aceptables de esta variabilidad para actuar sólo en caso de presentarse alguna anomalía; es decir, proceder por excepciones. Lo anterior señala la importancia de una periodicidad adecuada, pues de otra manera esta evaluación del indicador y las de las acciones o de las decisiones que demanda el fenómeno que se cuantifica pueden ser extemporáneas.

La evaluación del comportamiento del indicador puede llevarse a cabo mediante la construcción de intervalos de confianza. Para ello se requiere de la varianza del indicador. Cuando se trata de indicadores de razón, la varianza depende de la magnitud y el signo del coeficiente de correlación entre el numerador y el denominador. La precisión puede ser realmente alta (y por lo tanto muy útil el indicador), si el coeficiente de correlación

* De variación.

mencionado es positivo y próximo a la unidad. Esta condición es de esperarse en un buen número de indicadores, pues la magnitud del denominador crece (o decrece) a la del numerador generalmente le sucede lo mismo. Tal es el caso, por ejemplo, del indicador del número de consultas por persona protegida (indicador 2.2 del Catálogo Mínimo); de la frecuencia relativa de accidentes que produjeron incapacidad temporal (indicador 2.7 del Catálogo Mínimo); de las pensiones de invalidez en porcentaje relativo al número de participantes directos (indicador 2.13 del Catálogo Mínimo); de los egresos de prestaciones en especie, en Riesgos Profesionales, en su porcentaje relativo al total de egresos por prestaciones (indicador 3.16 del Catálogo Mínimo); de los gastos administrativos y su porcentaje respecto al total de cotizaciones (indicador 4.5) y muchos más. Lo anterior se refiere a la precisión del indicador. En lo que respecta a su comportamiento en el tiempo, puede utilizarse el intervalo de confianza para juzgar el fenómeno reportado.

El intervalo de confianza puede calcularse mediante la siguiente expresión:

$$\bar{x} \pm t_{\alpha(n-1)} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

en donde $\bar{x}$ es la "media" de los cinco años de los cuales se tienen datos disponibles; S, es la desviación estándar de los cinco datos del indicador (según se propone en el Catálogo Mínimo); n es 5, y $t_{\alpha(n-1)} = t_{\alpha(4)}$ es el valor de la estadística de **Student** para 4 grados de libertad y una confianza de 1-α. Si hacemos $\alpha = 5\%$ y utilizamos los datos del indicador 4.5 para el Instituto Mexicano del Seguro Social, tenemos:

Año	Indicador
1974	12.7
1975	12.4
1976	13.5
1977	12.4
1978	12.8

$\bar{x} = 12.76$
$S = 0.45$

$T_{0.05\,(4)} = 2.776$

El intervalo de confianza del 95% es aquí

$$12.76 \pm (2.776) \frac{0.45}{\sqrt{5}}$$

que resulta en:

Límite inferior = 12.20

Límite superior = 13.32

Los resultados de 1976 salen del límite superior, situación que puede calificarse de anómala y cuya explicación consiste en que los gastos administrativos en 1976 fueron 16.3% superiores a los del año anterior, mientras que el total de cotizaciones de ese año (1976) solamente creció el 7% con respecto a 1975.

Consideramos que un análisis de esta índole es esencial; de otra manera, los números escuetos no ofrecen la debida información. El análisis de los indicadores es básico para señalar en qué punto debe estudiarse un fenómeno y concluir acerca de las decisiones que se deban tomar en cada caso. A menudo la decisión es no hacer nada, pero para ello se requiere un estándar que permita contrastar el valor numérico del indicador y cuestionar el fenómeno que lo está alterando.

III. Naturaleza de los indicadores

La naturaleza de los indicadores es otro objeto de estudio que se debe iniciar en breve en cada institución de seguridad social.

Existen indicadores que dan información consistente y anticipada de cambios en el estado de una institución; esto es, proporcionan una señal de posibles cambios en sus futuros niveles de operación. A ellos se les llama: "indicadores anticipados". Por ejemplo, si se incrementa el número de cotizantes o derechohabientes en un mes dado, puede anticiparse que van a aumentar las intervenciones quirúrgicas, aunque quizá no inmediatamente.

Hay indicadores que reflejan el comportamiento actual y corriente de alguna función de la institución; a éstos se les llama "indicadores coincidentes". Algunos pueden ser las pensiones de varios tipos como porcentajes del total de asegurados (indicadores 2.13, 2.14, 2.15, 2.16 y 2.17 del Catálogo Mínimo).

Otros confirman los cambios que se previeron con los indicadores "anticipados". Esto es, miden la respuesta a esos cambios y por lo tanto sufren variaciones después de que éstos se llevaron a cabo. Se les denomina "indicadores retrasados". Los ingresos por cuotas obrero-patronales —por ejemplo— son una consecuencia del nivel de empleo que existe en el país, y el déficit o superávit de la institución en porcentaje relativo al Producto Interno Bruto es una consecuencia de su operación (ingresos, gastos e inversiones). Estos son ejemplos de indicadores retrasados.

Un mismo indicador puede ser, en ocasiones, anticipado, coincidente o retrasado. Su información puede ser útil por sí misma, pero no debe usarse para análisis a futuro, pronóstico o recapitulación de las actividades de una institución. Los indicadores catalogados de esta manera constituyen el grupo definido con un criterio de **tiempo.**

Otra clasificación puede ser por "clase de actividad", y ésta ya se tiene con la agrupación de los indicadores en cuatro clases: Personas protegidas; Prestaciones; Area económica-financiera y Area de Administración, según se reporta en el informe final de la reunión de Acapulco (b, p.6).

Para clasificar los indicadores con el criterio de tiempo, se requiere de una serie relativamente larga de la que no se dispone por lo pronto, aunque quizá podría reconstruirse a partir de los archivos históricos de las instituciones. Además, se necesita una serie de referencia sobre la cual juzgar la naturaleza anticipada, coincidente o retrasada de los indicadores. El trabajo es arduo, pero los resultados bien pueden justificarlo. Quizá esta situación deba tenerse en cuenta para iniciar la investigación en cuanto se tenga una serie larga —digamos, más de 15 puntos— en las instituciones de seguridad social. Con datos mensuales se requeriría trabajar con un mínimo de cuatro años para analizar la estacionalidad y eliminarla.

IV. Pruebas de hipótesis y pronósticos

Los datos obtenidos para calcular los indicadores son, además, valiosos en otro aspecto. En algunos casos constituyen una distribución estadística cuyo comportamiento en el tiempo se puede analizar y aplicarle técnicas de pruebas de hipótesis. Daremos un ejemplo derivado del propio Catálogo Mínimo:

En los indicadores de la categoría de Prestaciones de la Seguridad Social, para el caso del Instituto Mexicano del Seguro Social, se dan datos (en miles) del número de pensiones de invalidez (indicador 2.13); de vejez y cesantía (indicador 2.14); de sobrevivientes (indicador 2.15), y del total de pensionados (indicador 2.16). Por el redondeo a miles no ajustan los datos perfectamente. Este conjunto puede contemplarse como una distribución multinomial, donde la proporción de cada clase se deriva de los datos. En el año 1974 los números son:

Tipo de prestación	Frecuencia (miles)
Invalidez	31
Vejez y cesantía	65
Sobrevivientes	178
No especificado	3
Total	277

De aquí podemos derivar las proporciones respectivas, que son:

$$p_1 = \text{proporción de Invalidez} = \frac{31}{277} = 0.1119$$

Para vejez y cesantía:

$$p_2 = \frac{65}{277} = 0.2347$$

Para sobrevivientes:

$$p_3 = \frac{278}{277} = 0.6426$$

Para No especificados:

$$p_4 = \frac{3}{277} = 0.0108$$

Desde luego,

$$\sum_{i=1}^{4} p_i = 1$$

Con estos datos podemos aplicar la multinomial a los números de 1975 y probar la hipótesis de que la estructura de la distribución de las pensiones no ha cambiado.

La expresión de la multinomial y el análisis correspondiente se dan en la Discusión Técnica de este trabajo. En la multinomial la frecuencia esperada de la clase i-ésima está dada por la siguiente expresión.

$$E_i = np_i$$

donde

n es el número total de observaciones;

p_i es la probabilidad de la clase i-ésima, que se obtuvo para 1974.

Entonces para 1975 se tiene:

$$n = 309$$

y en las frecuencias observadas, que llamaremos $f_i (i = 1,2,\ldots,4)$ y las esperadas son:

i	Clase tipo de pensión	$\hat{fi}$	$\hat{Ei}$
1	Invalidez	34	34.58
2	Vejez y cesantía	77	72.52
3	Sobresalientes	196	198.56
4	No especificado	2	3.34
	Total	309	309

Para la prueba de la hipótesis de que la estructura de la muntinomial no cambió en 1975 con respecto a 1974 empleamos la estadística de ji-cuadrada:

$$x^2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{(f_i - E_i)^2}{E_i}$$

con tres grados de libertad (esto es, el número de clases menos uno). El valor que se obtiene para x^2 es de 0.857, que es mucho menor que el valor crítico de 7.81, leído en tablas, para un nivel de significación del 5%. Por lo tanto, se concluye que la estructura de 1975 no difiere de la observada en 1974. Se ve, además, un acuerdo notable entre los datos de 1975 (f_i) y los esperados bajo la hipótesis propuesta (E_i).

De la misma manera podemos probar que la estructura de la multinomial no ha cambiado en los años cubiertos en el reporte de indicadores del Instituto Mexicano del Seguro Social, de 1974 a 1978. En efecto, los resultados se resumen en la siguiente tabla que se calculó para las E_i, con los datos de 1974.

	1976		1977		1978	
i	fi	Ei	fi	Ei	fi	Ei
1	37	38.38	42	42.41	47	46.77
2	86	80.50	97	88.95	106	98.10
3	217	220.41	238	243.55	262	268.61
4	3	3.70	2	4.09	3	4.51
Total	343	343	379	379	418	418

Los valores de la estadística x^2 para cada año fueron

$$x^2_{76} = 0.611; x^2_{77} = 1.927; x^2_{78} = 1.306$$

Puesto que la distribución multinomial es la misma en los cinco años reportados, se dispone de cinco observaciones de cada una de las probabilidades de clase, p_i. Por lo tanto, el promedio de estas cinco observaciones debe dar una mejor presentación de la multinomial que siguen los datos de pensiones del Seguro Social en México. Las p_i promedio, que representaremos por $\hat{p}_i$, resultan:

$$\hat{p}_1 = 0.1106$$
$$\hat{p}_2 = 0.2488$$
$$\hat{p}_3 = 0.6329$$
$$\hat{p}_4 = 0.0077$$

La suma de las es, $\hat{p}_i$ desde luego, la unidad. Si aplicamos esta distribución a los datos de 1978 el ajuste se mejora claramente. En efecto, con la distribución de $\hat{p}_i$ se obtienen las E_i siguientes, que se comparan con las fi observadas:

i	Eî(conpi)	fî
1	46.23	47
2	104.00	106
3	264.55	262
4	3.22	3
Total	418	418

Se observa también, una franca tendencia lineal creciente en los totales de pensiones reportados. Con estos datos se ajustó una represión lineal simple, con excelentes resultados. Los datos resumidos se dan en seguida. La x representa el año: x = 1 se refiere a 1974, y x = 5 a 1978. La $\underline{y}$ es el total real observado, y la $\hat{y}$ es el valor que da la recta de regresión ajustada a los datos:

x	y	$\hat{y}$
1	277	274.8
2	309	310.0
3	343	345.2
4	379	380.4
5	418	415.6

La recta de regresión resultó ser:

$$\hat{y} = 239.6 + 35.2\,x$$

que indica un crecimiento anual medio del total de pensiones de 35,200. El coeficiente de correlación, con 3 grados de libertad, es 0.9992, significativo al 1%. Por lo tanto, podemos utilizar la recta de regresión para pronosticar el número total de pensiones del Instituto Mexicano del Seguro Social para 1979, y aplicar la distribución de $\hat{p}_i$ para pronosticar el número de pensiones en cada clase. Si hacemos x = 6 en la regresión ajustada, el valor $\hat{y}$ resulta de 451 (o sea 451,000 pensiones) para 1979. El pronóstico del número de pensiones de cada clase resulta de aplicar $E_i = n\hat{p}_i$ donde n es 451.

El pronóstico resulta, entonces, el siguiente:

i	Clase de pensión	Ei
1	Invalidez	49.88
2	Vejez y cesantía	112.21
3	Sobrevivientes	285.44
4	No especificado	3.47
Total		451

La estimación de 451 (millares) de pensiones para 1979 está sujeta a varianza. Los límites de confianza se obtienen, como es bien sabido, de la expresión

$$y \pm t_{\alpha(n-1)}{}^{5}\,\hat{y}$$

donde y es el valor del pronóstico, para un valor x, t α(n-2) es el valor de la 't' de *Stundent* para n-2 grados de libertad y un nivel de significación de α, y sy es la desviación estándar de y que se define como la raíz cuadrada de

$$S_{\hat{y}}^2 = S_e^2 \left\{ \frac{1}{n} = \frac{(x - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right\}$$

donde la varianza s_e^2 puede escribirse de varias maneras, una de las cuales es

$$s_e^2 = \left(\sum_{i}^{n} = 1(y_i - \bar{y})^2\right)\frac{1 - i^2}{n - 2}$$

Con los números de este ejemplo, tenemos:

$$s_e^2 = (12408.80)\frac{1 - 0.9984}{3} = 6.62$$

De donde resulta

$$s_{\hat{y}}^2 = 6.62\left\{\frac{1}{5} = \frac{(6 - 3)}{10}\right\} = 7.28, \therefore s\hat{y} = 2.70$$

El valor de la 't' para el 5% y 3 grados de libertad es 3.182. De aquí obtenemos que el total de pensiones para 1979, en este ejemplo, estará entre 442.4 y 459.6 millares, con una confianza del 95%.

En un trabajo con los indicadores de la seguridad social de Costa Rica, en nuestro poder gracias a la gentileza de don Jorge Brenes Cedeño (1), con los mismos conceptos, que corresponden a sus indicadores 2.19 a 2.22, se tiene que el total de pensiones fue en 1974 de 9208; y las proporciones p_i para ese año resultan

i	Clase de pensión	Eî
1	Invalidez	0.2981
2	Vejez	0.1890
3	Sobrevivientes	0.5129
Total		1.0000

Aplicando una multinomial de $k = 3$ clases se obtuvo para la distribución costarricense de 1975, lo siguiente:

i	Eî	fî
1	3,144.06	2,186
2	1,993.38	2,093
3	5,409.56	5,268
Total	10,547	10,547

La x^2 con 2 grados de libertad resulta de 9.24, que es significativa al 1%. Esto es, la distribución de las pensiones costarricenses en 1975 difiere significativamente de la observada en 1974. Las pensiones de invalidez y vejez fueron superiores a lo esperado y las de sobrevivientes fueron inferiores.

La distribución costarricense de 1976 no difiere de la de 1975. La de 1977 no es diferente de la de 1976, pero sí lo es de la de 1975, porque los cambios no son muy marcados entre 1977 y 1976, pero son considerables entre 1977 y 1975. Se repite el fenómeno ya mencionado: sube el número de pensiones de invalidez y de vejez y disminuy el de sobrevivientes. Los números de 1977 se dan en seguida; los valores esperados E_i se calcularon con respecto a la distribución de 1975.

i	E_i	$f_i(1977)$
1	4,481.05	4,508
2	2,942.87	3,062
3	7,409.08	7,263
Total	14,833	14,833

La x^2 aquí fue de 7.86, significativa al 5%.

Tomando como base los datos de 1977 para estimar las proporciones p_i de la multinomial los resultados de 1978 son muy diferentes a lo esperado, esto es, la distribución del número de pensiones en las tres clases es una multinomial notablemente diferente en 1978 a la observada en 1977, los datos son:

i	E_i	$f_i(1978)$
1	5,216.75	5,333
2	3,543.06	3,746
3	8,406.19	8,087
Total	17,166	17,166

La x^2 alcanza aquí el valor 26.23, que es significativo más allí del 0.5%. De nuevo se observa que creció el número de pensiones de invalidez y de vejez y descendió vigorosamente el de sobrevivientes.

Al igual que con los datos de la experiencia mexicana, los de Costa Rica permiten un ajuste de regresión lineal de los totales de pensiones otorgadas de 1974 a 1978. Los datos corrientes son:

Año	X	y	y
1974	1	9,208	8,802.8
1975	2	10,547	10,823.0
1976	3	12,462	12,843.2
1977	4	14,833	4,863.4
1978	5	17,166	16,883.6

El coeficiente de correlación que se obtiene del ajuste lineal es $r = 0.9943$, significativo al 1%.

Para 1979 (esto es, $x = 6$) se puede pronosticar que la Caja Costarricense de Seguro Social otorgará 18,904 pensiones. Este pronóstico, con el cómputo ya descrito para los datos mexicanos, estará entre 17,588 y 20,220, con una confianza de 59%. Las 18,904 pensiones se distribuirán, si se utiliza la multinomial de 1978, de esta manera: 5,873 pensiones de invalidez, 4,125 de vejez y 8,906 de sobrevivientes. En vista de que las multinomiales han variado significativamente en los cinco años estudiados, esta distribución de las pensiones puede no ser muy precisa.

Los anteriores son ejemplos de utilización de los datos contenidos en el reporte del Catálogo Mínimo de Indicadores. No agotan, ni mucho menos, las posibilidades de análisis, pero señalan las amplias posibilidades que existen con la información de que se puede llegar a disponer.

DISCUSION TECNICA

I. Análisis de sensibilidad de un indicador de razón

a.1 Caso $\Delta y \neq 0; \Delta x \neq 0$

Un indicador de razón que se obtiene como el cociente de dos cantidades medidas sin error no tiene, obviamente, sesgo ni error. Cuando las cantidades del numerador y denominador se estiman por muestreo, el indicador tiene un sesgo técnico cuya composición y naturaleza son bien conocidas en la teoría de muestreo; se puede consultar en la literatura correspondiente (e; f, pp. 150-186). Se deriva de la esperanza matemática de la razón que se obtiene por muestreo.

La sensibilidad que comentaros aquí es de otra índole. Es la que resulta cuando las cantidades estimadas en el numerador y denominador tienen errores. En otras palabras, es un análisis de la robustez del indicador, utilizando la nomenclatura propuesta por Jordan Filho (g).

$$l = \frac{y}{x} \tag{1}$$

es el indicador bajo estudio, donde las cantidades $\underline{x}$, $\underline{y}$, se conocen sin error.

A su vez:

$$\hat{\imath} = \frac{y + \Delta y}{x + \Delta x} \tag{2}$$

es el mismo indicador, pero ahora las cantidades del numerador y denominador están sujetas a error. Este se representa respectivamente por Δy y Δx, que son magnitudes algebraicas. Definimos el error de $\hat{I}$ como

$$\text{Error } (\hat{\imath}) = \Phi = \hat{\imath} - l = \frac{y + \Delta y}{x + \Delta x} - \frac{y}{x}$$

$$= \frac{\Delta y - \left(\frac{y}{x}\right)\Delta x}{x\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)} = \frac{\frac{y}{x}\left(\frac{\Delta y}{y}\right) - \frac{y}{x}\left(\frac{\Delta x}{x}\right)}{1 + \frac{\Delta x}{x}} \tag{3}$$

que es el error relativo de $\hat{I}$

$$\frac{\Phi}{I} = \frac{\dfrac{\Delta y}{y} - \dfrac{\Delta x}{x}}{1 + \dfrac{\Delta x}{x}} \tag{4}$$

Supongamos que el error relativo de y, $\frac{\Delta y}{y}$, es la porción k del error relativo de x; esto es,

$$\frac{\Delta y}{y} = k \frac{\Delta x}{x} \tag{5}$$

y, por simplificación, hagamos que:

$$\frac{\Delta x}{x} = W \tag{6}$$

El error relativo del indicador puede escribirse entonces como:

$$\frac{\Phi}{I} = \frac{(k - 1)\, W}{1 + W} \tag{7}$$

Esta expresión puede ponerse como la ecuación de una recta en el plano cartesiano $(k, \Phi/I)$:

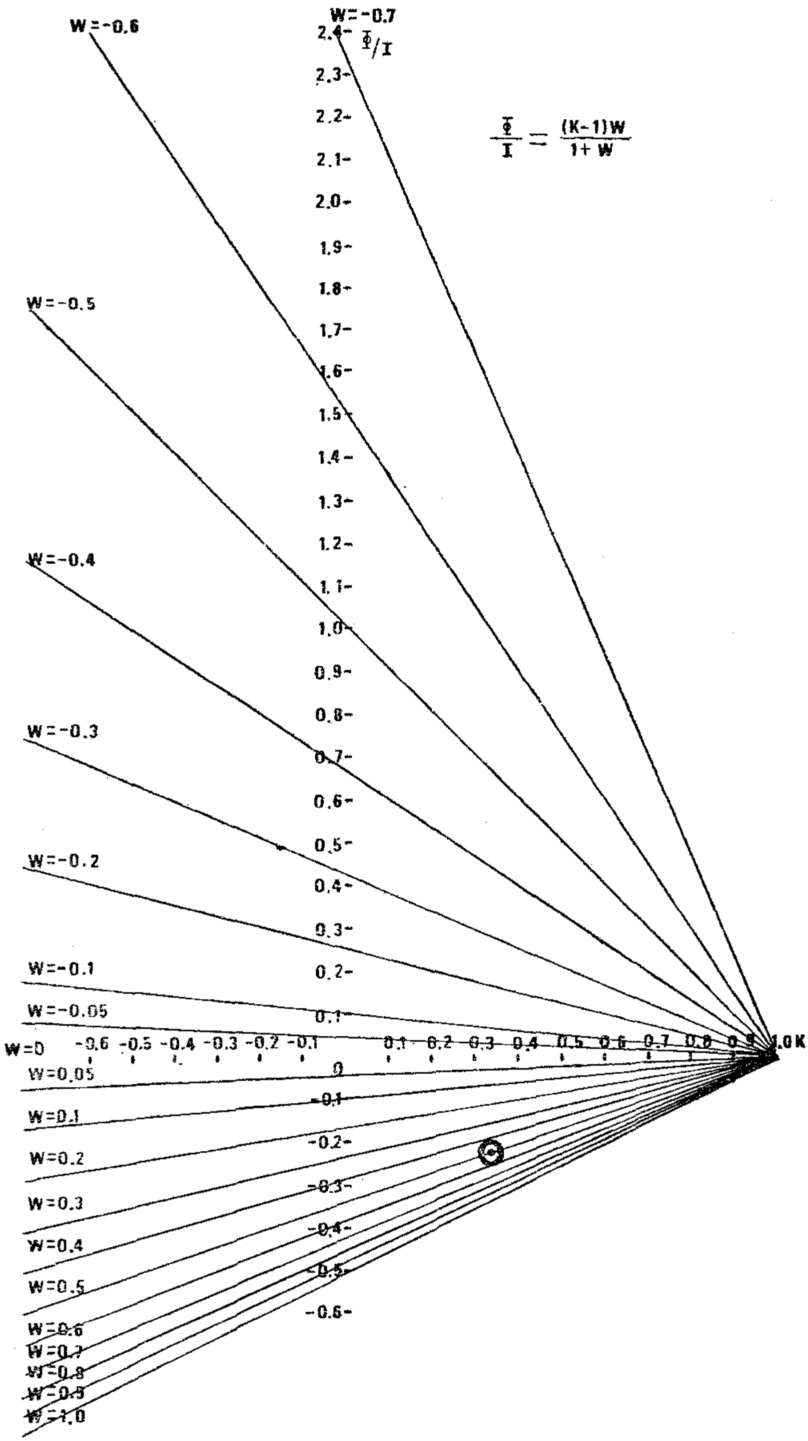
$$\frac{\Phi}{I} = \frac{W}{1 + W}\, k - \frac{W}{1 + W} \tag{8}$$

cuya pendiente es $\frac{W}{1 + W}$ y su ordenada al origen es $-\frac{W}{1 + W}$

La recta toma diferentes valores según varía el valor de w. Esta familia de rectas forma un lápiz con centro en el punto de abscisa $k = 1$ y ordenada $(\Phi/I) = 0$, lo que puede verse claramente en la expresión (7). Además, si $w = 0$, la recta es el eje de abscisas, lo que es una consecuencia de la definición dada en la expresión (5); esto es, el análisis se aplica cuando las cantidades del numerador y del denominador de I están, ambas, sujetas a error. Los casos en que una de ellas se mide sin error se analizan más adelante.

La gráfica 1 que se da a continuación, exhibe las características del error relativo dado en (8). En la gráfica se señala el punto $k = 0.34$; $\Phi/I = -0.22$, sobre la recta con $w = 0.30$, que se mencionó antes. Es interesante que el error relativo del indicador solamente depende de los errores relativos de las cantidades y, x, y no de sus magnitudes.

Se puede ver que el indicador $\hat{I}$ es robusto cuando k está en la proximidad de 1, esto es, cuando las cantidades y, x tienen errores relativos de magnitud semejante. En cambio, el indicador $\hat{I}$ es muy poco confiable cuando k está próxima a cero, o cuando los signos de los errores relativos son contrarios. Esto es especialmente grave cuando el error relativo de x es negativo y el de y es positivo, pues entonces el error Φ/I es positivo y muy grande.



W = -0.6
W = -0.7
Φ/I
$\frac{\Phi}{I} = \frac{(K-1)W}{1+W}$
W = -0.5
W = -0.4
W = -0.3
W = -0.2
W = -0.1
W = -0.05
W = 0
W = 0.05
W = 0.1
W = 0.2
W = 0.3
W = 0.4
W = 0.5
W = 0.6
W = 0.7
W = 0.8
W = 0.9
W = 1.0
1.0 K

GRÁFICA 1

a.2 Caso $\Delta y \neq 0$; $\Delta x = 0$.

Aquí solamente el numerador está sujeto a error.

Tenemos entonces,

$$\hat{I} = \frac{y + \Delta y}{x} = I + \frac{\Delta y}{x}$$

$$\therefore \Phi = \frac{\Delta y}{x} = I \frac{\Delta y}{y} \tag{9}$$

$$\therefore \frac{\Phi}{I} = \frac{\Delta y}{y}$$

Esto es, el error relativo de I es igual al error relativo del numerador. Este podría ser el caso de los indicadores 1.1 a 1.3 (Personas Protegidas) cuyo denominador proviene de fuentes exógenas a las instituciones y, a menos que se pudiera conocer el error que tienen, se deben considerar sin error.

a.3 Caso $\Delta y = 0$; $\Delta x \neq 0$.

Aquí se considera que solamente el denominador de $\hat{I}$ está sujeto a error. En este caso,

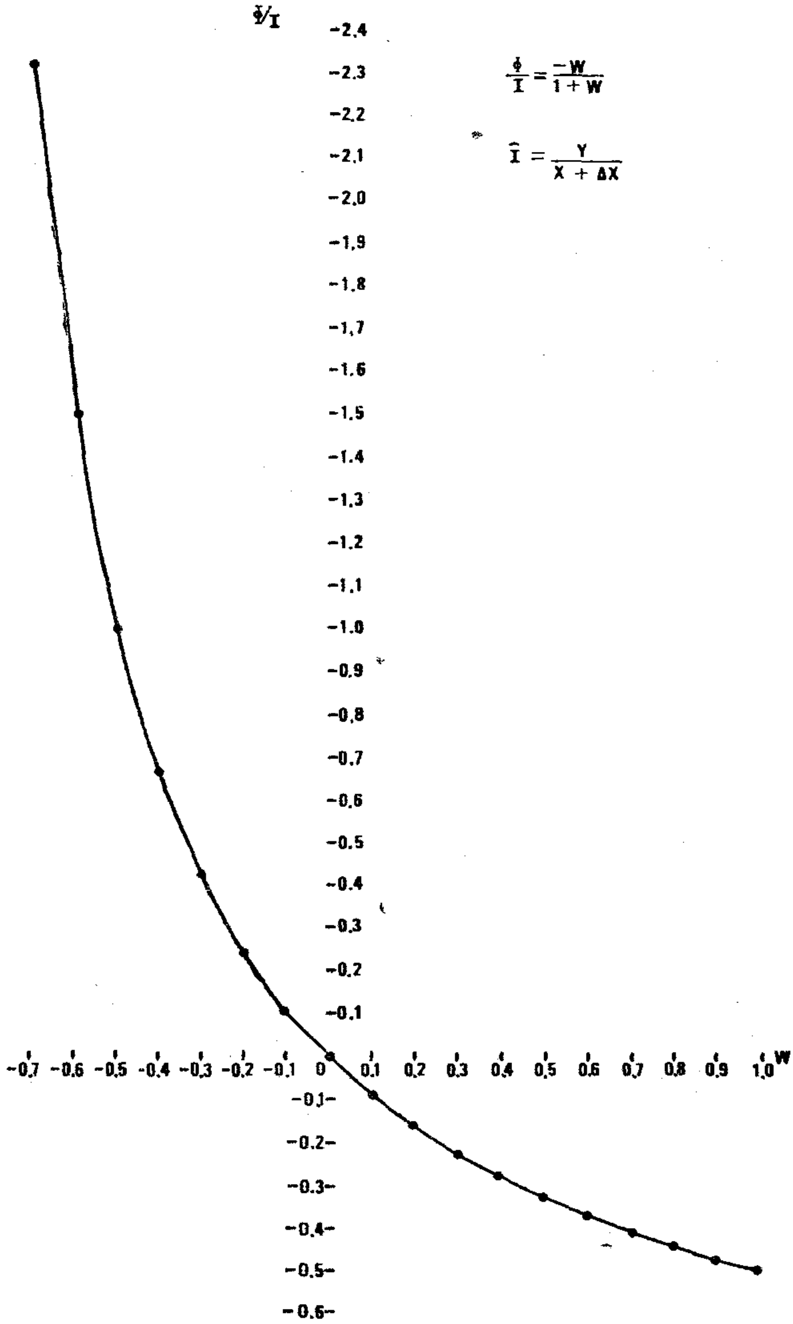
$$\hat{I} = \frac{y}{x + \Delta x} \; ; \Phi = \hat{I} - I = -I \frac{\Delta x}{x + \Delta x} \tag{10}$$

$$\therefore \frac{\Phi}{I} = - \frac{W}{1 + W}$$

Esta es una hipérbola en el plano cartesiano (w, Φ/I), de la cual nos interesa solamente la rama superior. La gráfica 2, que se da en seguida, despliega esta curva. De ella inferimos que los resultados son aceptables solamente en el entorno de cero, esto es, cuando w está entre $\pm$ 10%. Además cuando el error relativo w de la x es negativo, el error relativo del indicador $\hat{I}$ crece muy rápidamente. Por ejemplo, si w = -0.3, el error relativo Φ/I es positivo y alcanza el valor 42.9%, que es muy alto, y por lo tanto $\hat{I}$ es prácticamente inútil en ese caso. De nuevo, el error relativo Φ/I depende del error relativo del denominador y no de las magnitudes con que se trabaje.

II. Distribución multinominal

La distribución multinominal aparece cuando se tienen n individuos (camas, pensiones, accidentes, etc.) que pueden pertenecer, cada uno, a una sola clase (o grupo), k clases posibles, y $k < n$. Además, ninguna clase es vacía; la probabilidad de que un individuo dado, tomado al azar, perte-



$$\frac{\Phi}{I} = \frac{-W}{1+W}$$

$$\hat{I} = \frac{Y}{X + \Delta X}$$

GRÁFICA 2

nezca a la clase i-ésima ($i = 1,2\ldots, k$) es p_i, y permanece constante durante el examen de los n individuos. La suma de las p_i, es desde luego, la unidad.

Este es el caso de las pensiones otorgadas por el Instituto Mexicano del Seguro Social en un año dado cualquiera, pues las clases (tipos de pensión) están definidas, son mutuamente excluyentes, y las probabilidades p_i provienen de la experiencia institucional anterior, además de que no cambian bajo la hipótesis de que la multinominal es la misma cada año.

La expresión matemática de la distribución multinominal es bien conocida, y puede consultarse en muchos libros de teoría, por ejemplo, en Ott (h, pp. 266-274). Dicha expresión es:

$$P(n_1, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \ldots n_k!} p_1^{n_1} \ldots p_k^{n_k} \tag{11}$$

tal que

$$\sum_{i=1}^{k} p_i = 1; \quad \sum_{i=1}^{k} n_i = n; \quad p_i > 0 \text{ para toda } i$$

El número esperado de individuos que pertenecen a la clase i-ésima es

$$E_i = np_i \tag{12}$$

Para probar la hipótesis de que un conjunto de n individuos se distribuye según una multinomial de k clases con probabilidades $p_1, p_2 \ldots, p_k$, se utiliza la estadística de ji-cuadrada dada por la expresión

$$x^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(f_i - E_i)^2}{E_i} \tag{13}$$

donde f_i es la frecuencia observada en la clase i-ésima. La estadística de x^2 trabaja aquí con k-1 grados de libertad. Dado un nivel de significación α, se rechaza la hipótesis propuesta si el valor de x^2 obtenido es mayor que el dado en tablas de esta distribución. El rechazo implica que al menos una de las probabilidades de clase p_i difiere del valor que se ha propuesto como hipótesis. La prueba anterior, que es genéricamente de "bondad de ajuste", es una prueba de la constancia de la estructura multinomial.

III. Aproximación y pérdida de información

Finalmente, una nota sobre el número de decimales empleados para reportar los valores de un indicador de razón.

Si se trabaja con una sola decimal, se pierde sensibilidad y por lo tanto, información. Por lo que se sugiere que se trabaje con dos decimales. Un ejemplo numérico basta para ilustrar el comentario. El indicador 2.5, Número de casos en hospitalización por persona protegida, tiene el valor de 0.1 para el año 1974 en el Instituto Mexicano del Seguro Social. La razón es que se trabaja con una sola cifra decimal, la cual se obtiene del cociente del Total de ingresos a hospital entre el Total de derechohabientes, que ese año fueron, respectivamente, 1,137 (millares) de ingresos y 14,306 (millares) de derechohabientes. Sin embargo, con el redondeo del indicador a una decimal, se obtiene el mismo valor de 0.1 si, para igual número de derechohabientes, hubiera habido desde 715 mil hasta 2 millones, tres mil ingresos a hospital. Porque

$$\frac{715}{14.306} = 0.05, \text{ que se redondea a } 0.1$$

y

$$\frac{2003}{14.306} = 0.14 \text{ que, también se redondea a } 0.1$$

El cambio de 715 a 2,003 (millares) es de 280%, que el indicador a una decimal no lo percibe. Si se trabajara este indicador a dos decimales, el dato de 715 (millares) de ingresos produciría un indicador de 0.05, y el dato de 2,003 (millares) de ingresos daría 0.14. La variación del indicador, en este caso, también sería de 280% y tendría, por lo tanto, una sensibilidad adecuada. La diferencia indetectable de este indicador es de 1,288 (millares) de ingresos.

En algunos datos del reporte de indicadores de la Caja Costarricense de Seguro Social (i) se observa el mismo fenómeno. Por ejemplo, el indicador 2.2a, Consultas de especialidades por persona protegida por la Caja (i, p.4) se da el dato para 1974 de

$$\frac{1\ 036.597}{1\ 075.460} = 1.0$$

con aproximación de una decimal. El indicador tendría este mismo valor si el número de consultas de especialidades, que está en el numerador, hubiera sido tan bajo como 1.021,687 y tan alto como 1.118,478. Esto es, el indicador no detecta una diferencia de 96,791 consultas, que es considerable. Si se trabaja con dos decimales, el indicador adquiere la sensibilidad adecuada, pues con la cifra baja sería de 0.95 y con la alta sería de 1.04. Lo mismo puede decirse del indicador 2.2b, Consultas de especialidades por persona protegida por el Estado, que para 1975 es

$$\frac{49.783}{156.210} = 0.3$$

con una decimal. El indicador tiene el mismo valor si el numerador varía de 39,053 a 53,112 consultas. Esto es, no se detecta una diferencia de 14,059 consultas, que dados los números, es grande. Con dos decimales, el indicador tomaría, respectivamente, los valores 0.25 y 0.34, y la diferencia indetectable en el indicador se reduce a 1,406 consultas. La diferencia indetectable por el indicador 2.2a, trabajando con dos decimales, se reduce a

9,679 consultas. Esto es, al trabajar con dos decimales, la diferencia indetectable en el indicador se reduce a la décima parte, lo cual es obvio, pero debe señalarse. En términos generales un indicador de razón se puede representar como en la expresión (1)

$$I = \frac{y}{x}$$

Si el indicador se aproxima a una decimal, para un denominador x dado, la diferencia indetectable D_1, esto es, la magnitud de la variación en el numerador que no afecta el valor del indicador, es

$$D_1 = (0.09)\,x \tag{14}$$

Por ejemplo, un valor del cociente y/x puede ir desde 0.25 hasta 0.34 y, a una decimal, el indicador se reporta como 0.3. La variación del indicador es, pues, de 0.09, o 9% de x; en el caso del indicador 2.2a de Costa Rica se tiene

$$D_1 = (0.09)\,(1\ 075.460) = 96.791$$

y para el indicador 2.2b resulta

$$D_1 = (0.09)\,(156.210) = 14.059$$

Cuando se trabaja a dos decimales de aproximación, la diferencia indetectable D_2 es

$$D_2 = (0.009)\,x \tag{15}$$

que produce las diferencias indetectables para los indicadores 2.2a y 2.2b

$$D_2\,(\text{Ind. } 2.2a) = (0.009)\,(1\ 075.460) = 9679$$

$$D_2\,(\text{Ind. } 2.2b) = (0.009)\,(156.210) = 1406$$

que son los resultados mencionados.

Si se trabaja con dos decimales de aproximación, la diferencia indetectable es del 0.9% del valor del denominador, lo cual da una sensibilidad adecuada a la mayoría de los indicadores. Por ejemplo, el indicador 2.5 del Catálogo Mínimo presentado por el Instituto Mexicano del Seguro Social, para 1974 es

$$I = \frac{1137}{14306} = 0.08$$

a dos decimales. La diferencia indetectable con esta aproximación es $D_2 =$ (0.009) (14,306) $\doteq$ 128, que es razonable dada la magnitud del numerador.

En otros casos, la aproximación a dos decimales puede dar una sensibilidad exagerada. Por ejemplo, en el indicador 2.4 del mismo documento mexicano, para 1974 los números son

$$I = \frac{6111}{1135} = 5.38$$

a dos decimales. La diferencia indetectable en este caso es de $D_2 = (0.009)$ $(1{,}135) \doteq 10$, que es, quizás, excesiva. Esto es, si el numerador cambia en diez unidades, a dos decimales se refleja este cambio en el indicador. En efecto,

$$I' = \frac{6121}{1135} = 5.39$$

a dos decimales. En este caso, trabajar con una decimal de aproximación produce una diferencia indetectable de

$$D_1 = (0.09)\ (1135) = 102$$

que es posiblemente preferible, dada la magnitud del numerador.

Lo anterior señala que se debe estudiar la aproximación que se debe dar a cada indicador. Cuando se trabaja el indicador como *porcentaje,* con una decimal puede ser bastante, pues entonces la diferencia indetectable, que llamaremos D_1*, es

$$D^*_1 = \frac{(0.09)\ x}{100} \tag{16}$$

donde x es, de nuevo, el denominador del indicador. Veamos un caso. El indicador 2.13 de los datos mexicanos, Pensiones de Invalidez en porcentaje del número de participantes directos, para 1974, fue

$$I = \frac{31}{4020} = 0.8\%$$

donde los datos están en millares. Aquí la diferencia indetectable D_1* es (0.09) $(4{,}020)/100 \doteq 3$. En efecto, si en este caso el numerador varía entre 30 y 33 millares, el indicador es de 0.8%. Una aproximación mayor sería absurda.

SINTESIS

En los últimos años el tema de los indicadores para seguridad social ha sido tratado en repetidas ocasiones en varios encuentros internacionales.

Diferentes características, propiedades y problemas de dichos indicadores, son ahondados en los documentos de las bibliografía actual. En mayo de 1979, durante la VIII Reunión de la Comisión Regional Americana de Ciencias Actuariales y Estadísticas en Acapulco, se tomó la decisión de estudiar modernas y mejores metodologías para obtener los indicadores mencionados en el Catálogo Mínimo de Indicadores de la Seguridad Social. Este trabajo pretende ser un aporte en este sentido.

Numerosos problemas que conciernen a los indicadores han sido explicitados. La pregunta básica en relación con esto es: ¿Por qué indicadores de seguridad social? Tal vez la respuesta puede sintetizarse en los cuatro objetivos siguientes:

I. Los indicadores deben ser básicos para el proceso de toma de deciciones de las autoridades de seguridad social.
II. Los indicadores deben ser de utilidad en la evaluación de los resultados de las políticas y de las decisiones tomadas por las autoridades del ramo.
III. Los indicadores deben ser de utilidad en la valoración del estado actual y futuro de las instituciones de seguridad social.
IV. Los indicadores deben definirse en la misma forma y con semántica común para ser interpretados correctamente en ámbitos internacionales.

En relación con estos objetivos se han considerado dos problemas importantes: El primero consiste en la ausencia de estadísticas para calcular los indicadores. El segundo, de particular importancia con relación al objetivo número 4, consiste en las características semánticas de las variables y de los conceptos involucrados. Obviamente, se hace necesario preparar algún documento que especifique, claramente, el significado (particular y universal) de cada variable involucrada en el proceso de computación de los indicadores.

Hasta la fecha hay varios problemas que todavía no han sido mencionados.

La periodicidad de un indicador es una consecuencia de su necesidad así como de la naturaleza del fenómeno que mide. De esta manera parece incongruente definir el período base cubierto por todos los indicadores, como integrando información anual. Las decisiones que afectan la amplitud de las armónicas en el curso de un año, o una varianza (no el nivel) de un cierto procedimiento, no pueden ser evaluadas disponiendo de la información anual. La estacionalidad, del mismo modo, tampoco puede ser medida a partir de cifras anuales.

La periodicidad está limitada por la disponibilidad de estadísticas. Tal vez pudiera obviarse esta situación con el curso de técnicas de muestreo probabilístico.

Los muestreos de datos están sujetos a error. La mayor parte de los indicadores propuestos son relaciones de cantidades variables. Se presenta un análisis y las respectivas gráficas de la sensibilidad de las relaciones con los errores en numerador y denominador. Después de este análisis se presentan algunas conclusiones:

a) El indicador presenta un error relativo menor y es siempre negativo si los errores relativos del numerador y del denominador son positivos (i.e. ambos son sobre estimaciones de los valores verdaderos);

b) Cuanto más cerca se encuentren numéricamente los errores relativos del denominador, menor es el error relativo del indicador.

A continuación se presenta una discusión del caso en que sólo el numerador o el denominador se encuentran sujetos a error.

Se señala también que las muestras requeridas para errores razonables no son necesariamente grandes y por lo tanto son bastante fáciles de manejar.

Se examinó la variabilidad de los indicadores y se presentó un ejemplo en el cual un indicador se encuentra fuera de un intervalo de confianza del 95%, con base en los cinco puntos anuales (1974-1978) con una explicación preliminar de las razones que lo motivaron. Este ejercicio es interesante puesto que, fuera de esta perspectiva, no produce explícitamente la información en ella contenida.

A continuación se considera la "naturaleza" de los indicadores desde el punto de vista de su comportamiento en el tiempo. Algunos indicadores pueden ser preponderantes, otros coincidentes y otros aún no se presentaron. Una clasificación de este tipo no es generalmente posible con una serie corta como la que se presenta con solamente cinco puntos. Quizás pudiera hacerse un esfuerzo para obtener series más amplias y permitir aplicar estos criterios que están siendo ampliamente utilizados por analistas económicos en todo el mundo. La utilización de información para estructurar *tests* significativos de hipótesis y mecanismos de previsión, se ilustra por medio de una distribución multinomial de tipos (clases) de pensiones. Se analiza información de México y de Costa Rica. Se llegó a establecer una regresión lineal con el número total de pensiones de sobretiempo, proporcionadas por los sistemas de seguridad social de México y Costa Rica, con muy buenos resultados. Las correlaciones encontradas, aunque basadas solamente en tres grados de libertad, fueron significativas en el nivel del 1%. Se presenta para ambos países una previsión del número total de pensiones para 1979.

Se discuten el número de decimales, o la aproximación de los indicadores; se muestra que el resultado a un decimal es generalmente pobre en el sentido de que existe una "diferencia indetectable" en el numerador; es decir, una diferencia en el valor del numerador que el indicador no detecta. El valor del indicador no varía cuando, dado un denominador X, el numerador presenta una variación dentro de $D_1 = (0.09)X$ que puede ser considerable si se aproxima a un decimal.

Se sugiere que aproximando a dos decimales, la mayor parte de los indicadores presenten una "diferencia indetectable" bastante pequeña.

Cuando se usan porcentajes, esta diferencia es del orden de $\frac{1}{100}$ del D_1 indicada arriba y, por consiguiente, puede presentarse convenientemente al indicador con la aproximación de un decimal. Se presentan ejemplos con datos de México y Costa Rica.

BIBLIOGRAFIA

a) *Catálogo Mínimo de Indicadores de la Seguridad Social.* VIII Reunión de la Comisión Regional Americana de Actuarios y Estadísticos. Acapulco, México; 3-5 mayo, 1979. Documento CPISS/CRASS/AE/VIII/AM/79/I.

b) *Informe Final.* VII Reunión de la Comisión Regional Americana de Actuarios y Estadísticos. La Paz, Bolivia; 26-30 junio, 1978. Documento VII/CRASS/AE/B78.

c) *Informe y conclusiones.* VIII Reunión de la Comisión Regional Americana de Actuaría y Estadística. México; junio 1979. Documento CPISS/VIII/AE/79.

d) *Catálogo Mínimo de Indicadores de la Seguridad Social.* Instituto Mexicano del Seguro Social. México.

e) NIETO DE PASCUAL, J. *Unbiased Ratio Estimators in Stratified Sampling.* Journal of the American Statistical Association. Marzo 1961.

f) COCHRAN, W.G. *Sampling Techniques.* 3ª Edición. J. Wiley & Sons, Inc. New York; 1977.

g) JORDAN FILHO, LEÓN. *Indicadores de Seguridad Social.* Documento mimeográfico circulado durante la VIII Reunión de la Comisión Regional Americana de Actuaría y Estadística. Acapulco, México; mayo, 1979.

h) OTT, LYMAN. *An Introduction to Statistical Methods and Data Analysis.* Duxbury Press, Mass., U.S.A.; 1977.

i) *Indicadores de Seguridad Social 1974-1978.* Caja Costarricense de Seguro Social. Dirección Técnica de Planificación Institucional. San José; octubre 1979.